UNIVERZITET CRNE GORE

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Osnove telekomunikacija

Doc. dr Enis Kočan (enisk@ucg.ac.me)

Saradnici: Dr Uglješa Urošević (ugljesa@ucg.ac.me)

MSc Slavica Tomović (slavicat@ucg.ac.me)

SADRŽAJ KURSA

1. Uvod. Opšti model telekomunikacionog sistema. Vrste prenosa signala.
2. Medijumi za prenos. Pojam modulacije.
3. Multipleksiranje. Referentni model za povezivanje otvorenih sistema (OSI i TCP/IP)
4. Harmonijska analiza periodičnih signala
5. Analiza aperiodičnih signala i slučajnih signala
6. Prenos signala kroz linearne sisteme. Izobličenja pri prenosu signala
7. Ampllitudske modulacije
8. Demodulacija AM signala. Realizacija multipleksa sa frekvencijskom raspodjelom kanala
9. Ugaona modulacija. Spektar UM signala
10. FM modulatori. Demodulacija FM signala
11. **Slučajni šum. Karakteristike uskopojasnog šuma**
12. Uticaj šuma na prenos amplitudski modulisanih signala
13. Uticaj šuma na prenos ugaono modulisanih signala

Termin 11 - Sadržaj

- **Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima**
- Termički šum
- Uskopojasni slučajni šum

Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima

- Šum je neizbježna slučajna pojava koja utiče na prenošeni signal, superponira se signalu poruke, te na taj način mijenja njegove vrijednosti i oblik.

- Šum je slučajna elektromagnetna pojava koja se javlja u svim sistemima i manifestuje se na različite načine. Npr. neželjeni i nepravilni zvučni efekti u slušalici; slučajna svjetlucanja na televizijskom ekranu; greške nastale pri prenosu podataka prouzrokovane su šumom ...

- Šum kao pojava u prenosu signala ima veliki značaj, jer maskiranje signala šumom i greške koje on izaziva su stalno prisutni faktori koji degradiraju kvalitet veza i ograničavaju njihov domet.

- Veliki je broj uzroka zbog kojih dolazi do pojave šuma, pa je saglasno tome napravljena i klasifikacija šumova različitog porijekla:
  - **šum ambijenta** - šum koji postoji u prostoriji korespondenta i koji se transformacijom preko mikrofona prenosi u sistem
  - **šum mikrofona** - potiče od neregularnih struja koje protiču kroz mikrofon i kad nema signala
  - **termički šum** - vodi porijeklo od nepravilnog kretanja elektrona u provodnicima usled toplotnih efekata; javlja se u ***svim*** komunikacionim sistemima
  - **šum izazvan nelinearnim izobličenjima** složenih signala
  - **šum** nastao zbog **linearnog preslušavanja** iz niza kanala u jedan posmatrani kanal
  - **atmosferski šum** - izazvan prirodnim pražnjenjima u atmosferi
  - **čovjekom izazvan šum** - nastaje zbog varničenja i pražnjenja u električnim uređajima i postrojenjima, itd.

Termin 11 - Sadržaj

- Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima
- **Termički šum**
- Uskopojasni slučajni šum

Priroda termičkog šuma i njegove manisfestacije

- Termički šum predstavlja pojavu koja je svojstvena svim sistemima čija je apsolutna temperatura T veća od 0°K.

- Po svojoj prirodi, termički šum predstavlja ogroman skup pojedinačnih slučajnih događaja, ali u njemu mogu da se pronađu izvjesne statističke regularnosti koje su od velikog značaja u proučavanju problema prenosa signala.

- Jedan od parametara koji, u statističkom smislu, može dovoljno dobro opisati ovaj šum je njegova srednja snaga, tj. spektralna gustina srednje snage šuma.

Spektralna gustina srednje snage termičkog šuma

- Spektralna gustina srednje snage termičkog šuma (bijelog aditivnog Gausovog) je data izrazom:

$$p_N(f) = p_N = kT = const.$$

  k - Bolcmanova konstanta k=1,38 10^{-23} J/K

  T – apsolutna temperatura (u K)

- Srednja snaga termičkog šuma u nekom opsegu učestanosti može se jednostavno odrediti:

$$\overline{P_N} = \int_{f_N}^{f_V} p_N(f)df = kT(f_V - f_N) = kTB$$

- Srednja snaga termičkog šuma na konstantnoj temperaturi T zavisi samo od širine opsega B, a ne od učestanosti na kojoj se on nalazi.
- Pošto je spektralna gustina konstantna, za ovakav termički šum se kaže da je ravnomjerno raspodijeljen u spektru i često se naziva ***ravnim*** ili ***bijelim*** šumom, jer i bijelu svjetlost karakteriše uniformna raspodjela u vidljivom dijelu spektra.

Raspodjela amplituda termičkog šuma

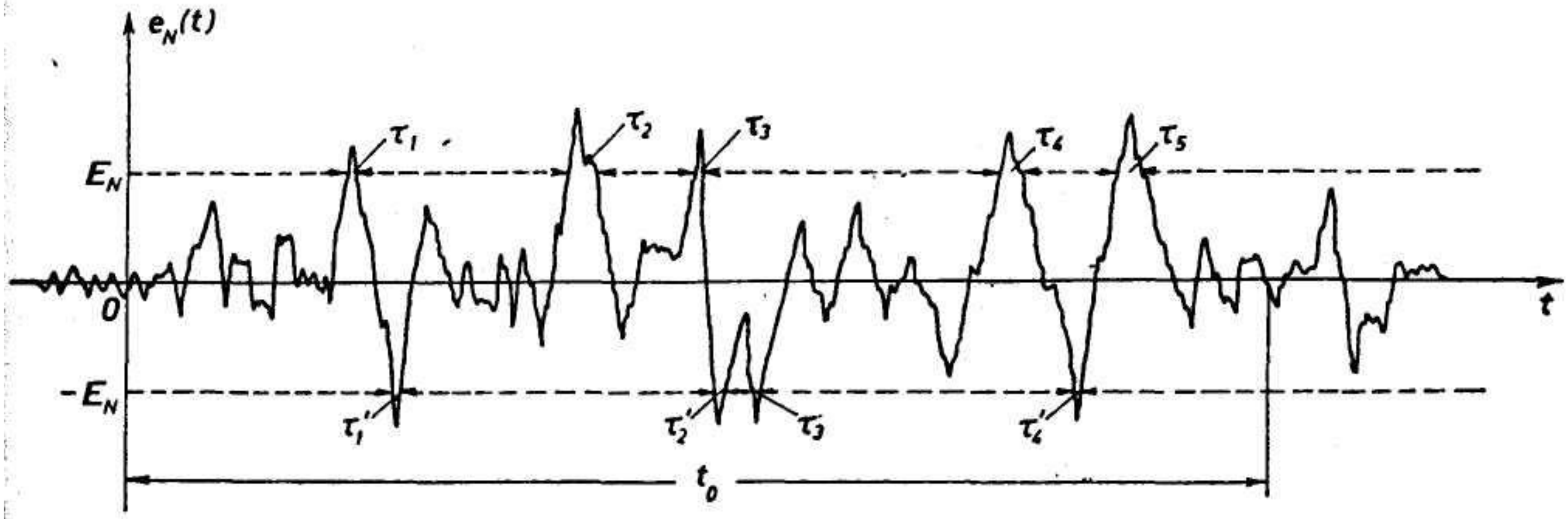
- Pomoću spektralne gustine srednje snage termičkog šuma lako može da se izračuna srednja snaga šuma u nekom određenom opsegu učestanosti. Na taj način spektralna gustina, odnosno srednja snaga, karakteriše šum kao slučajnu pojavu, ***u prosjeku,*** u jednom dugom intervalu vremena.

- Takav podatak je od značaja, ali ne kazuje ništa o trenutnim vrijednostima slučajne vremenske funkcije koja opisuje šum (postoji veliki broj različitih vremenskih talasnih oblika koji imaju istu srednju snagu).

- Potrebno je opisati funkciju šuma i u vremenskom domenu. To je moguće samo na osnovu ***statističkog pristupa*** problemu pomoću kojeg se može procijeniti kakva je raspodjela trenutnih vrijednosti šuma u jednom dugom vremenskom intervalu.

- U suštini, ne može se ništa reći o trenutnoj vrijednosti šuma u nekom trenutku (to je osnovna osobina slučajnih funkcija), ali se može reći da je vjerovatnoća da će u nekom dijelu jednog dugog vremenskog intervala amplituda šuma biti veća od neke unaprijed specificirane vrijednosti.

- Pretpostavimo da funkcija e_N(t) sa slike predstavlja vremensku funkciju koja opisuje neki slučajan proces. Neka je t_0 interval u kome se analizira funkcija relativno dug.



Slika: Vremenska funkcija slučajnog procesa

- Označimo sa e_N bilo koju trenutnu vrijednost funkcije e_N(t). Tada e_N predstavlja slučajnu promjenljivu u skupu koji obrazuju trenutne vrijednosti ove funkcije iz intervala t_0.
- Dio posmatranog vremena t_0 u kome je trenutna vrijednost $e_N > E_N$, E_N je neka unaprijed specificirana vrijednost, je:

$$\tau = \sum_{i=1}^{n} \tau_i = \tau_1 + \tau_2 + ... + \tau_n$$

Vjerovatnoća da trenutna vrijednost šuma bude veća ili jednaka nekoj unaprijed specificiranoj vrijednosti je:

$$P(e_N \geq E_N) = \frac{\tau}{t_0}$$

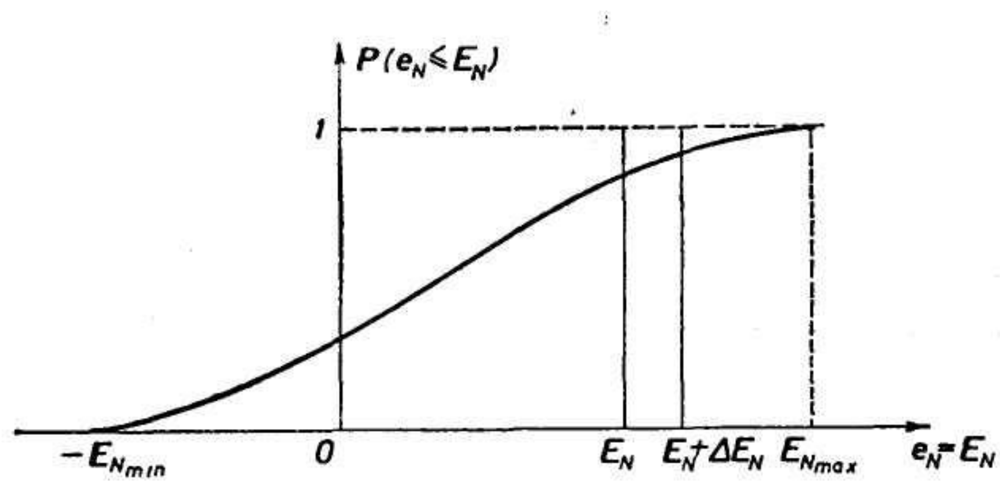
Odnosno, vjerovatnoća da amplituda šuma bude manja od neke unaprijed specificirane vrijednosti je:

$$P(e_N < E_N) = 1 - \frac{\tau}{t_0} = \frac{t_0 - \tau}{t_0}$$

Specificirajući čitav niz vrijednosti E_N, E_N=E_{Nl}, E_{N2} ..., moguće je pronaći njima odgovarajuće vrijednosti P($e_N \leq E_{N1}$), P($e_N \leq E_{N2}$) itd.

Dijagram koji predstavlja zavisnost P($e_N \leq E_N$) od neke specificirane vrijednosti $e_N = E_N$, je kriva na slici.

E_{Nmax}- maksimalna vrijednost e_N u intervalu t_0,
-E_{Nmin}- minimalna vrijednost e_N u intervalu t_0

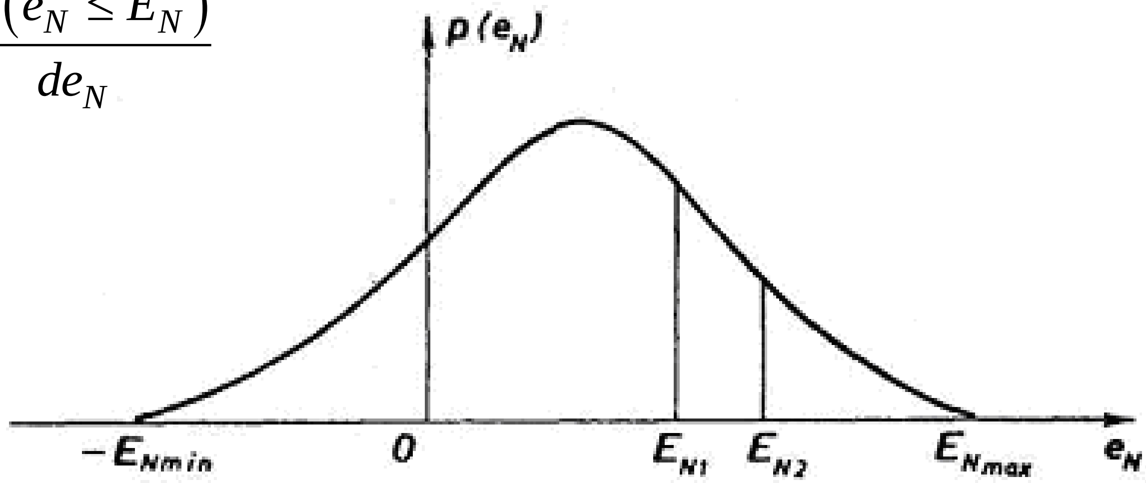


Slika: Funkcija raspodjele vjerovatnoće

Dobijena kriva koja predstavlja relativan iznos vremena u kome je $e_N \leq E_N$ naziva se ***kriva raspodjele funkcije*** $e_N(t)$, a veličina $P(e_N \leq E_N)$ ***funkcija raspodjele***.

Strmina krive raspodjele amplituda se zove ***funkcija gustine vjerovatnoće amplituda*** $e_N(t)$:

$$p(e_N) = \frac{dP(e_N \leq E_N)}{de_N}$$



Slika: Funkcija gustine vjerovatnoće

Vjerovatnoća da se trenutna vrijednost šuma e_N nalazi između vrijednosti E_{N1} i E_{N2} je:

$$P(E_{N1} \leq e_N \leq E_{N2}) = \int_{E_{N1}}^{E_{N2}} p(e_N)\,de_N$$

Važi:

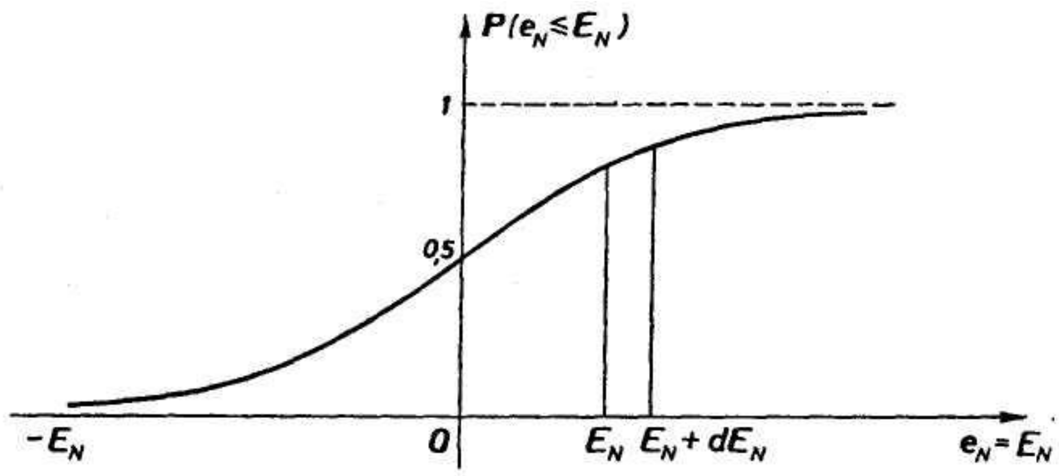
$$P(-E_{N\min} \leq e_N \leq E_{N\max}) = \int_{-E_{N\min}}^{E_{N\max}} p(e_N)\,de_N = 1$$

Srednja vrijednost napona termičkog šuma e_N(t) je:

$$\overline{e_N(t)} = \overline{e_N} = \lim_{t_0 \to \infty} \frac{1}{2t_0} \int_{-t_0}^{t_0} e_N(t) dt = 0$$

Ovakav zaključak je donijet intuitivno. Ako bi srednja vrijednost napona termičkog šuma bila različita od nule, tada bi voltmetar vezan za bilo koji uređaj u izolovanom sistemu pokazivao neku vrijednost različitu od nule, što nije moguće.

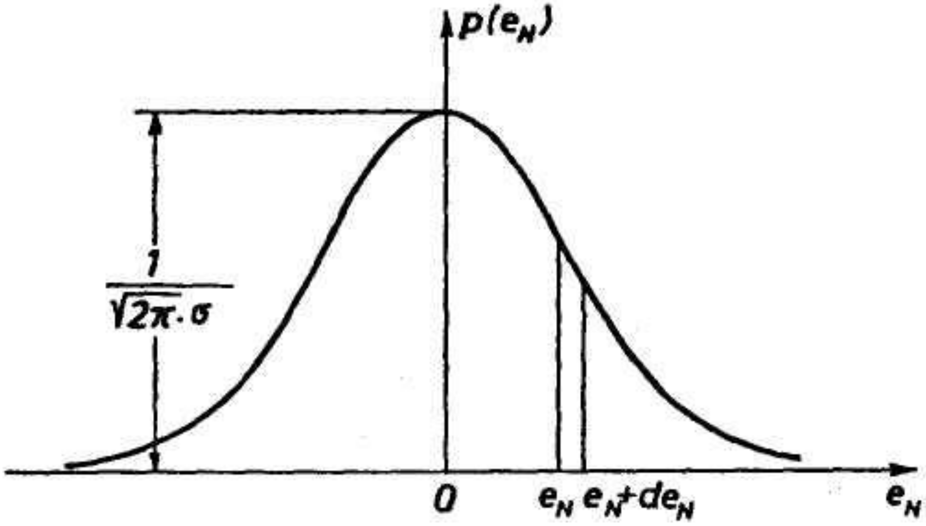
Razni eksperimenti su pokazali da funkcija raspodjele amplituda slijedi ***Gauss-ov*** ili ***normalni zakon raspodjele amplituda***.



Slika: Gaussova funkcija raspodjele vjerovatnoće

Odgovarajuća <u>funkcija gustine vjerovatnoće</u> je:

$$p(e_N)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{e_N^2}{2\sigma^2}}$$



Slika: *Gaussova funkcija gustine vjerovatnoće*

U izrazu za $p(e_N)$ je:

σ =const. – **standardna devijacija**

$\sigma^2=\overline{\left(e_N-\overline{e_N}\right)^2}$ - srednje kvadratno odstupanje slučajno promjenjive e_N od svoje srednje vrijednosti; **varijansa**

$$\sigma^2=\overline{\left(e_N-\overline{e_N}\right)^2}=\int_{-\infty}^{\infty}\left(e_N-\overline{e_N}\right)^2 p(e_N)de_N=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}e_N{}^2 p(e_N)de_N-2\overline{e_N}\int_{-\infty}^{\infty}e_N p(e_N)de_N+\overline{e_N}^2\int_{-\infty}^{\infty}p(e_N)de_N$$

- prvi integral predstavlja po definiciji srednju kvadratnu vrijednost slučajne promenljive;
- drugi integral jednak je srednjoj vrijednosti slučajne promenljive;
- treći integral je jednak 1

$$\sigma^2 = \overline{\left(e_N - \overline{e_N}\right)^2} = \overline{e_N^2} - 2\overline{e_N}\,\overline{e_N} + \overline{e_N}^2 = \overline{e_N^2} - \overline{e_N}^2$$

$$\overline{e_N} = 0 \Rightarrow \sigma^2 = \overline{e_N^2} = E_{Neff}^2$$

- ***Centralna granična teorema***

Raspodjela vjerovatnoće sume velikog broja nezavisnih slučajnih veličina, od kojih svaka može imati bilo kakvu sopstvenu raspodjelu, teži Gausovoj raspodjeli.

Aproksimacija Gausovog šuma sumom konačnog broja sinusoida

- Za potrebe analize, kao i za razna mjerenja, moguće je da se uz određene uslove bijeli Gausov šum aproksimira u statističkom smislu sumom konačnog broja sinusoida:

$$e_N(t) = \sum_{i=1}^{m} E_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$$

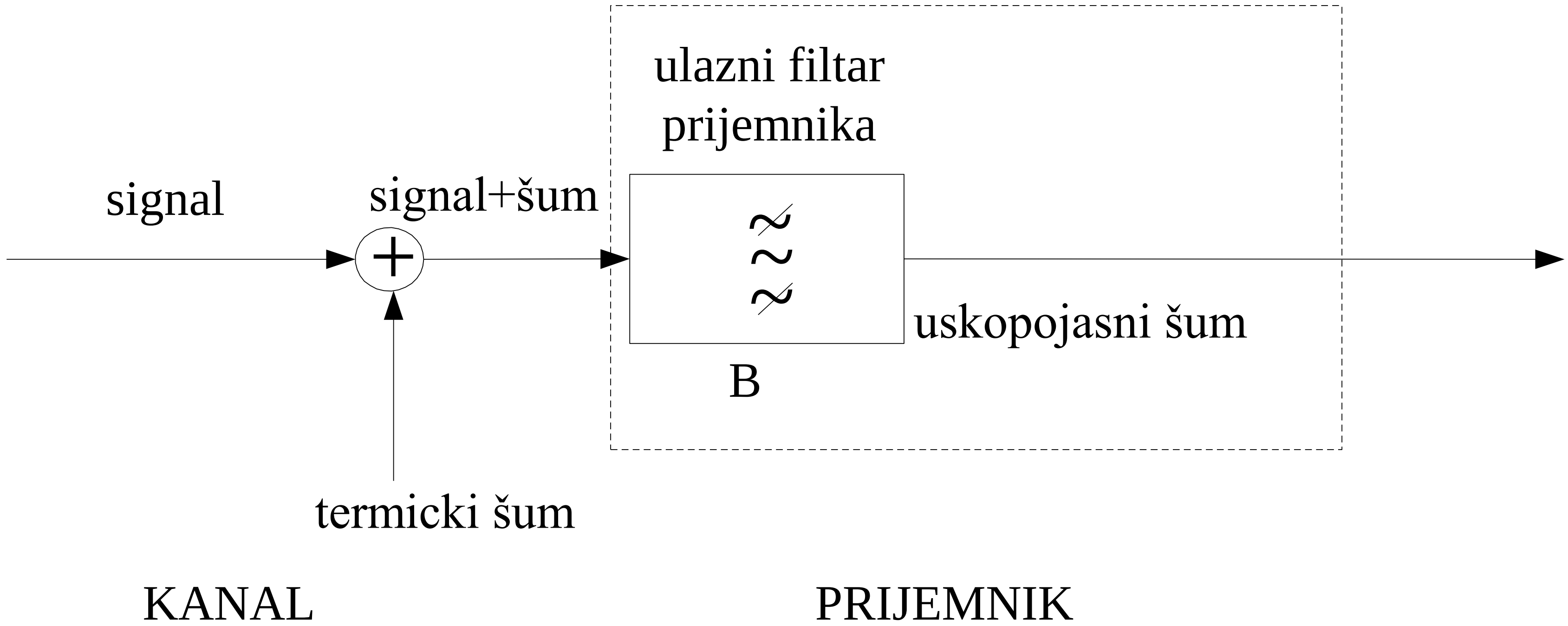
- Riječ je o aproksimaciji Gausovog šuma u jednom konačnom opsegu učestanosti **B=f_V-f_N**. Dva podatka karakterišu termički šum u statističkom smislu: **spektralna gustina srednje snage šuma (*p_N*=*k*T** – karakteriše šum u frekvencijskom domenu) i **vršni faktor ν_ε** (karakteriše šum u vremenskom domenu). **Suma sinusoida treba da bude takva da aproksimira ova dva podatka**.
- Ako se uzme *m* sinusoidalnih komponenata čije se učestanosti ***f_i*** nalaze na jednakim rastojanjima u spektru **od *f_N* do *f_V***, i ako sve one imaju jednake amplitude ***E_i=E***, takve da je njihova ukupna snaga jednaka ***k*TB**, onda može da se prihvati da one u frekvencijskom domenu aproksimiraju bijeli Gausov šum.
- Za karakteristiku koja se odnosi na aproksimaciju u vremenskom domenu, pretpostavlja se da svaka od *m* sinusoida ima slučajnu fazu φ_i.

Termin 11 - Sadržaj

- Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima
- Termički šum
- **Uskpojasni slučajni šum**

Uskopojasni slučajni šum

- Svi signali posle modulacije mogu se smatrati signalima čiji se spektar praktično nalazi u jednom konačnom opsegu učestanosti u okolini neke centralne učestanosti f_0. Svi telekomunikacioni sistemi ili njihovi sklopovi kroz koje se prenose ovakvi signali predstavljaju ***propusnike opsega učestanosti*** (izlazni filtar u predajniku, ulazni filtar u prijemniku, međufrekvencijski pojačavači...). Tokom prenosa i na ulazu u prijemnik, prenošenim signalima superponira se slučajan šum. Njegov spektar je mnogo širi od spektra korisnog signala. Zato je i osnovni zadatak prijemnog filtra da propusti signal i samo onoliko šuma koliko to diktira širina spektra signala. Pošto je širina tog spektra (širina propusnog opsega) relativno mala u odnosu na centralnu učestanost f_0, šum koji prođe kroz ovakve propusnike opsega naziva se ***uskopojasni šum***.
- Ovakav šum je potrebno analitički opisati i odrediti neke njegove statističke karakteristike.



- Prijemni filtar je podešen širini spektra signala, tako da on propušta signal, a ograničava šum.

- Neka slučajna vremenska funkcija *n*(t) opisuje neki uskopojasni šum i neka se njegov spektar nalazi u opsegu učestanosti f_0-f_m **do** f_0+f_m. Taj slučajan proces se može opisati izrazom:

$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_0 t + n_s(t)\sin\omega_0 t$$

- ***n_c(t)* i *n_s(t)*** su slučajni procesi sporo promjenljivog karaktera i nazivaju se ***komponente šuma u kvadraturi***. Njihov spektar je ograničen i nalazi se u opsegu učestanosti **od 0 do f_m**. Srednje kvadratne vrijednosti šuma i njegovih komponenti su međusobno jednake, tj:

$$\overline{n^2(t)} = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_s^2(t)}$$

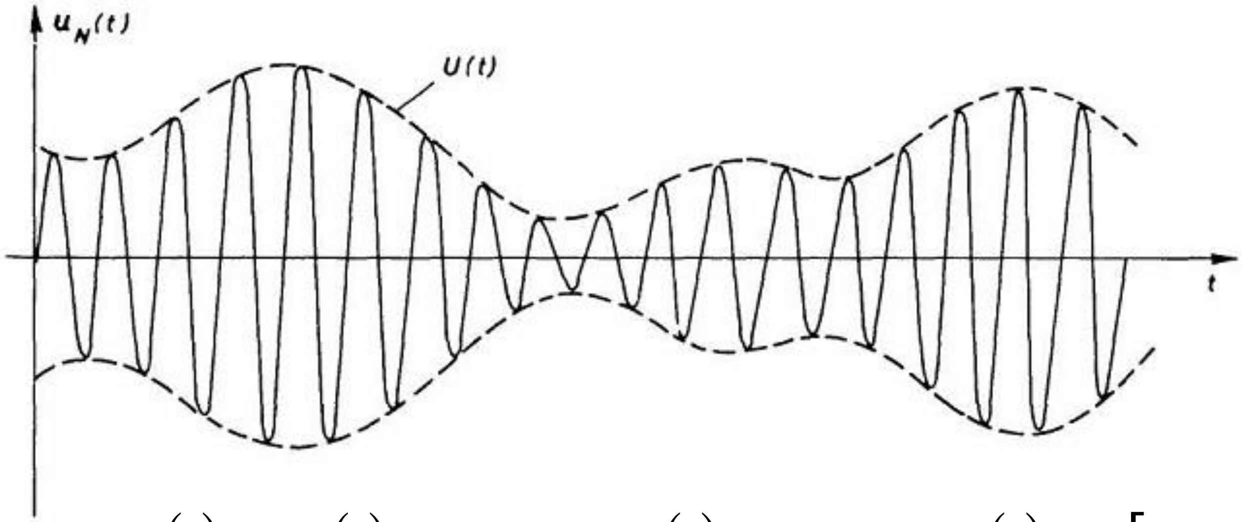
- Snage komponenata su međusobno jednake i jednake snazi šuma.

✓ **Zaključak:**

- šum *n*(t) kao slučajan proces uskopojasnog karaktera ima srednju vrijednost jednaku nuli
- ako *n*(t) predstavlja stacionaran slučajan Gaussov proces čija je srednja vrijednost nula, onda će n_c(t) i n_s(t) biti takođe Gaussovi slučajni procesi koji su međusobno nezavisni, varijanse su im jednake i jednake su varijansi šuma koji predstavljaju, a njihove srednje vrijednosti jednake nuli.

Statističke karakteristike uskopojasnog šuma

- Kada se slučajan šum propusti kroz filtar propusnik opsega učestanosti čija je širina propusnog opsega ***B=2f_m<<f_0***, na izlazu se dobija šum koji možemo predstaviti kao kosinusoidu promjenjive anvelope i faze, kao na slici.



$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_0 t + n_s(t)\sin\omega_0 t = U(t)\cos[\omega_0 t - \psi(t)] = u_N(t)$$

$$U(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$$

$$\psi(t) = arctg\frac{n_s(t)}{n_c(t)}$$

Slučajni procesi $n_c(t)$ i $n_s(t)$ su Gaussovi slučajni procesi čije su funkcije gustine vjerovatnoće:

$$p(n_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_c^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(n_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_s^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma_{n_s}^2 = \overline{n_s^2(t)} = \sigma_{n_c}^2 = \overline{n_c^2(t)} = \sigma^2 = \overline{n^2(t)}$$

Kako su slučajne promjenljive n_c i n_s nezavisne, združena funkcija gustine vjerovatnoće odrediti na sledeći način:

$$p_{cs}(n_c, n_s) = p(n_c)p(n_s) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{n_c^2+n_s^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}}$$

- Moguće je naći funkciju **združene gustine vjerovatnoće** dvije slučajne promjenljive koje predstavljaju amplitudu i fazu $q(U, \psi)$.

- n_c i n_s predstavljaju koordinate pravougaonog koordinatnog sistema, dok ***U*** **i *ψ* odgovaraju koordinatama u polarnom sistemu**.
- Izjednačavajući elementarnu površinu u jednom i drugom sistemu dobija se:

$$q(U,\psi)=\begin{cases}\dfrac{U}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} & U \geq 0 \text{ i } 0 \leq \psi \leq 2\pi \\ 0 & \text{van navedenih granica}\end{cases}$$

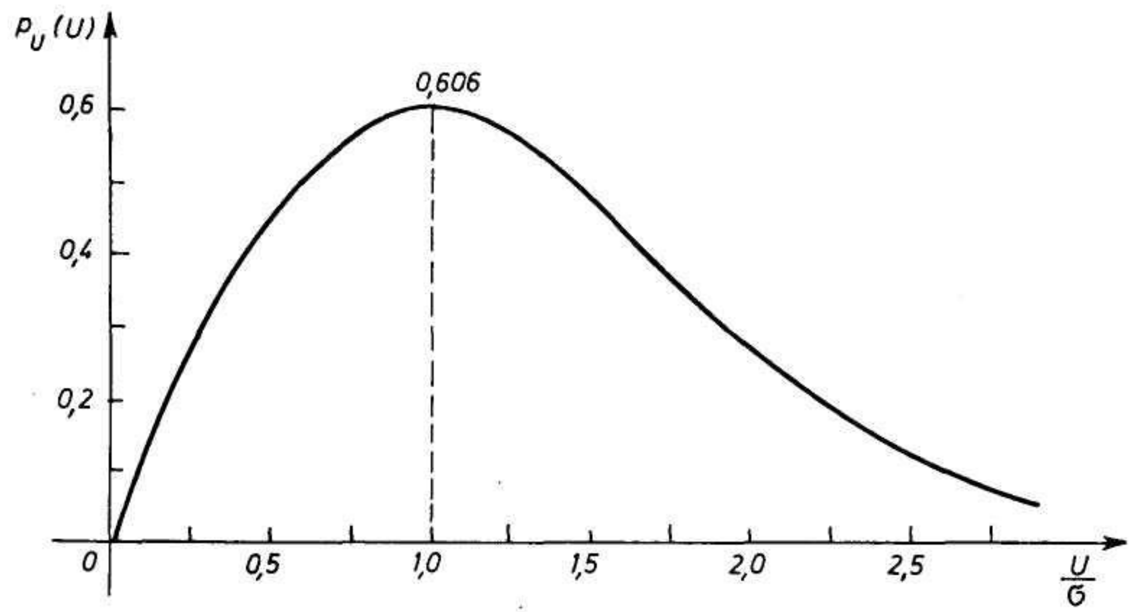
- Na osnovu ovog izraza mogu lako da se odrede funkcije gustine vjerovatnoće amplitude anvelope U i faze ψ:

$$p_U(U)=\int_0^{2\pi} q(U,\psi)d\psi;\;\; p_\psi(\psi)=\int_0^{\infty} q(U,\psi)dU$$

$$p_U(U)=\begin{cases}\dfrac{U}{\sigma^2}e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} & U\geq 0\\ 0 & U<0\end{cases}$$

$$p_\psi(\psi)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\pi} & 0\leq\psi\leq 2\pi\\ 0 & \text{ostalo}\end{cases}$$

Funkcija gustine vjerovatnoće p_U(U) karakteriše *Rayleighevu raspodjelu* i prikazana je na slici:

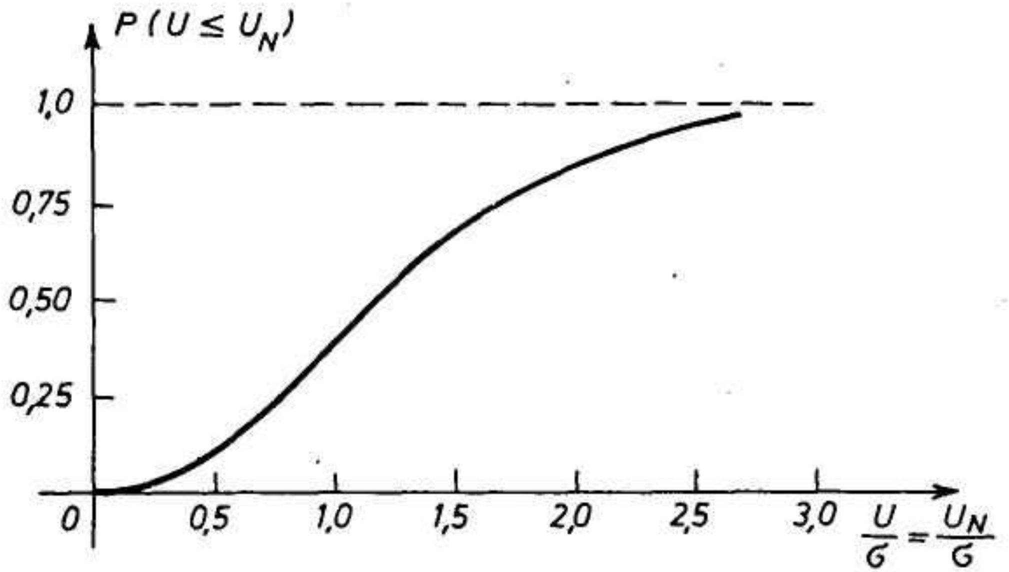


Slika: Rayleigheva funkcija gustine vjerovatnoće

- Vjerovatnoća da amplituda anvelope uskopojasnog šuma bude manja od neke specificirane vrijednosti U_N je:

$$\boxed{P(U \le U_N) = \int_0^{U_N} p_U(U)\,dU = \int_0^{U_N} \frac{U}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = 1 - e^{-\frac{U_N^2}{2\sigma^2}}}$$

Dobijeni izraz predstavlja Rayleighevu raspodjelu koja je prikazana na slici:



Slika: Rayleigheva funkcija raspodjele vjerovatnoće

- Srednja vrijednost amplitude anvelope uskopojasnog šuma U je:

$$\overline{U} = \int_0^{\infty} U p_U(U)\,dU = \int_0^{\infty} \frac{U^2}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma = 1{,}25\sigma$$